



واحد علوم و تحقیقات تهران  
دانشکده مکانیک، برق و کامپیوتر  
نیمسال اول ۱۴۰۰-۱۳۹۹  
مدرس: فائزه فریور

به نام خالق یکتا

زمان تحویل: ۹۹/۸/۹

## ریاضی مهندسی

تمرین شماره ۱ ( فصل اول: آنالیز فوریه)

لطفاً پاسخ تمرین را به آدرس [EngMath.srbiau@gmail.com](mailto:EngMath.srbiau@gmail.com) ارسال نمایید و تا اعلام نمرات نهایی درس، ایمیل ارسالی را از Sent Box خود پاک نکنید!

- ۱- سری فوریه کسینوسی نیم دامنه تابع  $f(x) = x(L - x), 0 \leq x \leq L$  را به دست آورید.
- ۲- ضرایب بسط فوریه  $f(x)$  با دوره تناوب  $2\pi$  به صورت  $b_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$ ;  $a_n = \frac{2}{n}$ ;  $a_0 = \frac{1}{2}$  است. جمله مستقل از  $x$  در سری فوریه تابع  $g(x) = f(x) \sin^2 x$  را به دست آورید.
- ۳- اگر تابع  $f(x) = \sin^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{3x}{2} + \sin^2 \frac{5x}{2}$  باشد، مقدار انتگرال  $A = \int_{-\pi}^{\pi} f^2(x) dx$  را به دست آورید.
- ۴- فرض کنید  $f(t) = \frac{t^2}{4}, -\pi < t \leq \pi$  و  $f(t + 2\pi) = f(t)$  باشد که سری فوریه تابع  $f$  برابر است با  $\frac{\pi^2}{12} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$ ، حاصل جمع سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$  را به دست آورید.
- ۵- جواب معادله انتگرال  $\int_0^{\infty} f(x) \cos(wx) dx = \begin{cases} 1 - w; & 0 \leq w \leq 1 \\ 0; & w > 1 \end{cases}$  را به دست آورید.
- ۶- نمایش انتگرال فوریه تابع  $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{\pi}{2}, & x = 0 \\ \pi e^{-x}, & x > 0 \end{cases}$  را به دست آورید.
- ۷- در معادله انتگرالی  $\int_0^{\infty} f(\lambda) \sin \lambda x dx = \begin{cases} \cos x; & 0 < x < \pi \\ 0; & x > \pi \end{cases}$  را به دست آورید.
- ۸- انتگرال فوریه تابع  $f(x) = \begin{cases} 1; & |x| \leq 1 \\ 0; & |x| > 1 \end{cases}$  را بیابید و به کمک آن انتگرال  $\int_0^{\infty} \frac{\sin x \cos ax}{x} dx$  را به ازای مقادیر گوناگون  $a$  محاسبه کنید.

۹- تبدیلات فوریه کسینوسی و سینوسی هر یک از توابع زیر را بیابید.

$$a) f(x) = \begin{cases} 1 & ; 0 \leq x < 1 \\ 0 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

$$b) f(x) = e^{-ax} \quad (a > 0)$$

۱۰- تبدیل فوریه تابع  $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2; & |x| < 1 \\ 0; & |x| > 1 \end{cases}$  را به دست آورید و به کمک آن  $\int_0^{\infty} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3} dx$  را

محاسبه کنید.

۱۱- تبدیل فوریه تابع  $\frac{\sin t}{t}$  یعنی  $\hat{f}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iwt} \frac{\sin t}{t} dt$  را به دست آورید.

۱۲- اگر تبدیل فوریه تابع مطلقاً انتگرال پذیر و تکه ای هموار  $f(x)$  به صورت  $F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-iwx} dx$  باشد،

تبدیل عکس فوریه  $F(w) = \frac{2}{1+w^2}$ ، یعنی  $f(x)$  را به دست آورید.

**پایان**