

زمان تحویل : ۹۹/۱/۱۱

به نام خالق یکتا



نوروز مبارک

کنترل غیر خطی

تمرین شماره ۱

واحد علوم و تحقیقات تهران
گروه کامپیوتر - مکترونیک
نیمسال اول ۹۹-۱۳۹۸
مدرس: فائزه فریور

لطفاً پاسخ تمرین را به آدرس nonlinearcontrol.srbiau@gmail.com ارسال نمایید و تا اعلام نمرات نهایی درس، فایل خود را پاک نکنید!

۱- برای مقادیر مختلف a ، نقاط تعادل را بیابید و در رابطه با نوع پایداری آنها بحث کنید.

$$\dot{x} = x^2 + a$$

۲- مدلی که برای کلاس خاصی از نوسان‌سازهای شیمیایی بکار می‌رود به صورت زیر است.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= a - x_1 - \frac{4x_1x_2}{1+x_1^2} \\ \dot{x}_2 &= bx_1\left(1 - \frac{x_2}{1+x_1^2}\right)\end{aligned}$$

که در آن x_1 و x_2 غلظت ماده شیمیایی و a, b ثوابت مثبت هستند.

الف) تمامی نقاط تعادل سیستم را به دست آورید.

ب) با در نظر گرفتن $a = 10, b = 2$ مسیر فاز را با استفاده از `pplane7` در `MATLAB` رسم کنید.

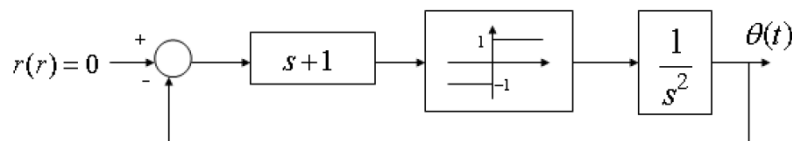
ج) با استفاده از دستور `ode45` نرم افزار `MATLAB` متغیرهای حالت را بر حسب زمان حل کنید.

د) قسمت "ب" را با در نظر گرفتن $a = 10, b = 8$ تکرار کنید.

۳- با استفاده از روش آیزوکلاین تصویر فاز را برای سیستم‌های زیر بر روی کاغذ میلیمتری رسم کنید. (متغیرهای حالت را $x_1 = \theta$ و $x_2 = \dot{\theta}$ فرض کنید). همچنین تصویر فاز را برای هر سیستم با استفاده از برنامه *pplane7* رسم کنید و با تصاویر فاز رسم شده با روش آیزوکلاین مقایسه کنید.

$$\ddot{\theta} + \dot{\theta} + 0.5\theta = 1 \quad (\text{الف})$$

(ب)



۴- سیستم زیر را در نظر بگیرید که در آن پارامترهای a, b, c و حقیقی و مثبت هستند.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = ax_1 - x_1x_2 \\ \dot{x}_2 = bx_1^2 - cx_2 \end{cases}$$

(الف) نقاط تعادل سیستم را بدست آورید.

(ب) نوع پایداری نقاط تعادل را برای تمام پارامترهای a, b, c (حقیقی و مثبت) بدست آورید.

(ج) نشان دهید که کلیه مسیرهای فاز شروع شونده از مجموعه‌ی $D = \{x \in \mathcal{R} | x_2 \geq 0\}$ برای تمام زمان‌های آینده درون D می‌مانند.

(د) نشان دهید برای $c > a$, D شامل هیچ مسیر فازی به صورت مدار بسته نیست.

۵- سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y + x(x^2 + y^2 - 1) \sin \frac{1}{x^2 + y^2 - 1} \\ \dot{y} &= -x + y(x^2 + y^2 - 1) \sin \frac{1}{x^2 + y^2 - 1} \end{aligned}$$

با استفاده از مختصات قطبی، نشان دهید که این سیستم تعداد نامحدودی سیکل حدی دارد. همچنین، نوع پایداری سیکل‌های حدی را نیز بررسی کنید.

پیروز باشید.