

زمان تحویل: ۹۹/۱۰/۲۰

به نام خالق یکتا



ریاضی مهندسی

تمرین شماره ۴ (فصل چهارم: انتگرال های مختلط)

واحد علوم و تحقیقات تهران
دانشکده مکانیک، برق و کامپیوتر
نیمسال اول ۱۴۰۰-۱۳۹۹
مدرس: فائزه فریور

لطفاً پاسخ تمرین را به آدرس EngMath.srbiau@gmail.com ارسال نمایید و تا اعلام نمرات نهایی درس، ایمیل ارسالی

را از Sent Box خود پاک نکنید!

۱- هرگاه C پاره خطی از مبدا تا $3+4i$ باشد، آنگاه حاصل هر یک از انتگرال های زیر بیابید.

a. $\int_C \operatorname{Ln}(z+1)dz$

b. $\int_C \frac{dz}{z+1}$

۲- مطلوب است محاسبه مانده هر یک از توابع زیر در نقاط تکین آنها:

a. $\frac{1}{1-e^z}$

d. $\frac{1}{(z^4-1)^2}$

b. $\frac{z}{z^4-1}$

e. $\frac{z+2}{(z+1)(z^2+16)}$

c. $\frac{6-4z}{z^3+3z^2}$

f. $\frac{-z^2-22z+8}{z^3-5z^2+4z}$

۳- سری تیلور هر یک از توابع زیر را در حول نقاط داده شده به دست آورید.

a. $f(z) = \cos z ; z = \frac{\pi}{2}$

c. $f(z) = (z+1)^3 ; z = 2i$

b. $f(z) = \sin hz ; z = \pi i$

d. $f(z) = \operatorname{Ln} z ; z = 1$

۴- سه جمله اول از سری مک لورن هر یک از توابع زیر را بیابید.

a. $f(z) = e^z \sin z$

b. $f(z) = z \sin z^2$

۵- هر یک از توابع زیر را در حول مبدا مختصات به صورت سری لوران بسط دهید.

a. $\frac{e^{2z}}{z^3}$

c. $\frac{\sin h\pi z}{z^3}$

b. $z \cos \frac{1}{z}$

d. $\frac{1}{z^2+z^3}$

۶- بسط لوران هر یک از توابع زیر را در نقاط داده شده به دست آورید.

e. $\frac{e^z}{(z-1)^2}$; $z_0 = 1$

f. $\frac{1}{z^2+1}$; $z_0 = i$

۷- مطلوب است محاسبه هر یک از انتگرال های زیر:

a. $\oint_{|z|=1} z \cot z \, dz$

d. $\int_{|z|=1} \frac{1}{z^4+5z^3+6z^2} \, dz$

b. $\oint_{|z|=1} \frac{\sin \pi z}{z^4} \, dz$

e. $\int_{|z|=1} \frac{e^{(z-i)\frac{\pi}{2}}}{\sin z} \, dz$

c. $\int_{|z|=1} \frac{z+1}{z^4-2z^3} \, dz$

f. $\int_{|z|=1} \frac{\cosh z}{z^2-3iz} \, dz$

۸- مطلوب است محاسبه هر یک از انتگرال های زیر:

a. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^6}$

e. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x \, dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$

b. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2-2x+2)^2} \, dx$

f. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^4+13x^2+36} \, dx$

c. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+9)}$

g. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 4x}{(x^2+1)(x^2+4)} \, dx$

d. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1+x^2}{1+x^6} \, dx$

h. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 2x}{x^2+x+1} \, dx$

۹- مطلوب است محاسبه هر یک از انتگرال های زیر:

a. $\int_0^{\pi} \frac{d\theta}{1+\frac{1}{3}\cos\theta}$

c. $\int_0^{2\pi} \frac{\sin^2\theta}{5-4\cos 2\theta} \, d\theta$

b. $\int_0^{2\pi} \frac{\cos x}{17-8\cos x} \, dx$

d. $\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 3\theta}{5-4\cos 2\theta} \, d\theta$