

۱۴۰۲/۱۲/۲۱

درستی فضای خواص در
ماتریس A

$$A \xrightarrow{T} \Lambda$$

تبدیل ماتریس :

$$\lambda_i \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

$$\lambda_i$$

$$x_i \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

$$y_i \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

$$X = TY$$

$$\Lambda = T^{-1}AT$$

۱) اگر مقادیر ویژه A حقیقی و غیر تکراری باشند

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \ddots \\ & & & \lambda_n \end{pmatrix}$$

قطری سازی :

$$T = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$$

۲) اگر مقادیر ویژه A زوج مختلط باشند

$$T = [\text{Re}(x_1) \ \text{Im}(x_1) \ \dots]$$

$$\Lambda = \text{قطری بلوکی}$$

۳) اگر مقادیر ویژه A حقیقی و تکراری باشند

$$T = [x_1 \ x_2 \ \dots]$$

که تعیین باقی است

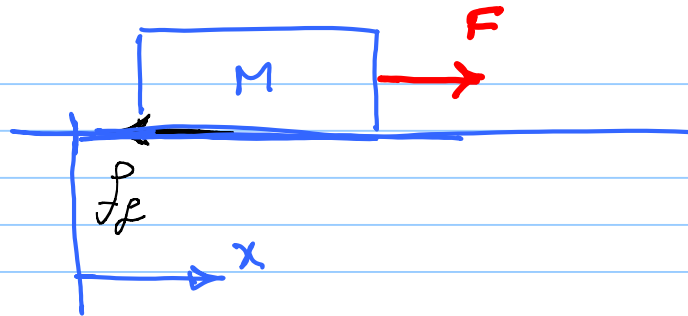
$$\Lambda = \text{قطری بلوکی}$$

که به بلوک جبرن

۴) ترتیب موارد ۱، ۲، ۳ بود

موضوع: نمایش فضای حالت

درامسازی ریاضی



ورودی: F

خروجی: x v a

قانون ۲ نیوتن

$$F - f_f = ma$$

$$f_f = D(v)$$

$$\dot{x} = v$$

$$\ddot{x} = \dot{v} = a$$

$$x_1 = x$$

$$\dot{x}_1 = \dot{x} = \dot{x}_2$$

$$x_1 = x_2$$

$$\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2$$

$$F - D(x_2) = M \ddot{x}_2$$

**

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{m} D(x_2) + \frac{1}{m} F \end{cases}$$

سرکیت $y = x_2$
 فزونی \dot{y}

برابر متغیرهای حالت

$$\overset{n \times 1}{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} = v \end{bmatrix}$$

$$\overset{n \times 1}{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$$

کے مرتبہ سیم یا تعداد متغیرهای حالت

عمادیں فضائی حالت

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m, t) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m, t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(\underline{x}, \underline{u}, t) \end{aligned}$$

$$\overset{m \times 1}{u} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m]^T$$

کے مرتبہ سیم

$$\begin{aligned}
 y_1 &= h_1(\underline{x}, \underline{u}, t) \\
 y_2 &= h_2(\underline{x}, \underline{u}, t) \\
 &\vdots \\
 y_q &= h_q(\underline{x}, \underline{u})
 \end{aligned}$$

$$\underset{q \times 1}{Y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_q]^T$$

q تعداد خروجی ها

m تعداد ورودی ها

q تعداد خروجی ها

SISO
 MIMO
 SIMO
 MISO

m ورودی
 q خروجی
 n متغیر حالت

f_1, f_2, \dots, f_n
 h_1, h_2, \dots, h_q

nontlinear

عاشق ففقی صلت غیر خطی

linear

عاشق ففقی حالت ففقی

$\underline{f}(x, u, t)$

سیستم متغیر با زمان

$\underline{f}(x, u)$

نامتغیر با زمان

$\underline{h}(x, u, t)$

Time Varying

$\underline{h}(x, u)$

Time Invariant

سیستم خطی متغیر با زمان LTV *

سیستم غیر خطی متغیر با زمان

سیستم خطی نامتغیر با زمان LTI

سیستم غیر خطی نامتغیر با زمان

$x_1(t)$
 $x_2(t)$
 \vdots
 $x_n(t)$

متغیرهای حالت
 ورودی
 متغیرهای خروجی

$$\vec{x} \begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) + u(t) \\ y(t) = b_1 x_1(t) + b_2 x_2(t) + b_3 u(t) \end{cases}$$

این مدل خطی تغییرپذیر است:

TTT

سیستم تک ورودی تک خروجی SISO

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + b_3 u(t)$$

$$\text{مثال} \begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) + u(t) \\ y(t) = b_1 x_1(t) + b_2 t^2 x_2(t) + b_3 u(t) \end{cases}$$

ظرفی متغیر با زمان

$$\text{مثال} \begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) + x_1(t) \sin u(t) \\ \dot{x}_2(t) = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) + \cos(u(t)) \\ y(t) = b_1 x_1(t) + b_2 x_2(t) + b_3 u(t) \end{cases}$$

ظرفی متغیر با زمان

$$\text{مثال} \begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) + x_1(t) \sin u(t) \\ \dot{x}_2(t) = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) + \cos(u(t)) \\ y(t) = b_1 x_1(t) + b_2 x_2(t) + b_3 u(t) + t^2 \end{cases}$$

ظرفی متغیر با زمان