

ماتریس A را به فرم جردن در بیاورید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = 1, 1, 2$$

تکراری

$$(A - \lambda I) \Big|_{\lambda=1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad \text{رتبه } p_1 = 2 \quad \text{پوشی } n_1 = n - p_1 = 3 - 2 = 1$$

$$(A - \lambda I)^2 \Big|_{\lambda=1} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 5 \\ \cdot & \cdot & 3 \\ \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \quad p_2 = 1 \quad n = n - p_2 = 2 = \begin{matrix} \text{تعداد} \\ \text{رغبات تکرار} \end{matrix}$$

که تا زمانیکه توانی به توان می رسی تا آنکه به قدری که برابر باشد.

$$(A - \lambda I)^2 v_2 = 0$$

$$(A - \lambda I) v_2 \neq 0$$

$$v_2 = \begin{bmatrix} \cdot \\ 1 \\ \cdot \end{bmatrix}$$

$$v_1 = (A - \lambda I) v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$$

$$(A - \lambda I) \Big|_{\lambda=2} u_1 = 0 \rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ \cdot & -1 & 3 \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0 \rightarrow \begin{cases} -a + b + 2c = 0 \\ -b + 3c = 0 \end{cases}$$

به دنبال انتخاب می کنیم : $c = 1 \rightarrow b = 3, a = 5 \Rightarrow u_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$T = [v_1 \quad v_2 \quad u_1]$$

$$J = T^{-1}AT = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

بلاک مجزای

ماتریس T^{-1} را می‌توانید و سپس J را محاسبه کنید. انتظار می‌رود که ماتریس فوق بدست آید.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مثال:

مقادیر ویژه: $\lambda = -1, -1, -1$
تعداد آن‌ها سه بار

$$(A - \lambda I) \Big|_{\lambda=-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \rho_1 = 1, \quad \nu_1 = 3 - 1 = 2$$

$$(A - \lambda I)^2 \Big|_{\lambda=-1} = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \rightsquigarrow \rho_2 = 0, \quad \nu = 3$$

$$(A - \lambda I)^2 v_2 = 0$$

$$(A - \lambda I) v_2 \neq 0$$

;

$$v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$v_1 = (A - \lambda I) v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} (A - \lambda I) u_1 = 0 \\ v_2 \text{ و } v_1 \text{ متعلق از } v_1 \text{ و } v_2 \end{array} \right\} \Rightarrow u_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$T = [v_1 \ v_2 \ u_1] \rightarrow J = \begin{pmatrix} -1 & 1 & \vdots \\ \bullet & -1 & \vdots \\ \bullet & \bullet & -1 \\ \bullet & \bullet & \vdots \end{pmatrix}$$

$$T = [u_1 \ v_1 \ v_2] \rightarrow J = \begin{pmatrix} -1 & \bullet & \bullet \\ \bullet & -1 & \vdots \\ \bullet & \bullet & -1 \\ \bullet & \bullet & \vdots \end{pmatrix}$$